DIVISIBILITE DANS Z

Exercice1:

1-Discuter suivant l'entier naturel p le reste de 2^p modulo 7.

2-En déduire le reste de 345^{349} modulo 7.

3-Quel est le reste de la division de 31^{18} par 5? De 57383^{19} par 19?

Exercice2:

Déterminer le reste et le quotient de la division euclidienne de a par b.

a=117 et b=28 , a=-317 et b=21 , a=-287025 et b=-635 , a=402 et b=-32 .

Exercice 3:

1- Compléter $117 \equiv -\ldots(\text{mod}19)$, $\ldots \equiv -57(\text{mod}5)$, $-94 \equiv \ldots(\text{mod}7)$.

2- Montrer que $2 \times 35^{2006} - 3 \times 84^{2007} \equiv 5(\text{mod}17)$

Exercice 4:

Chercher le pgcd de a et de b et en déduire leur ppcm:

a=114 et b=38. a=20811 et b= 3621. $a=7^{n+2}-7^n$ et $b=5^{n+2}-5^n$ où n est un entier naturel.

Exercice 5:

Les entiers suivants sont-ils premiers entre eux?

a=4847 et b=5633. a=5617 et b= 813

.

Exercice 6 :

Montrer que 9 divise $7^{3n}-1$.

Exercice 7 :

1-Vérifier que $7^2 \equiv -1(\text{mod}10)$.

2-Quel est le chiffre des unités de l'entier naturel: $1+7+7^2+7^3+\ldots+7^{4000}$?

Exercice 8 :

Déterminer tous les entiers x et y tels que $xy \equiv 1(\text{mod}6)$.

Exercice 9 :

Déterminer les restes possibles modulo 9 de a^9-a

Exercice 10 :

1-Déterminer les restes possibles dans $\mathbb{Z}$ de la division euclidienne par 8 du carré d'un entier.

2-Déterminer les entiers n tels que $(n+2)^2 \equiv 1 \pmod 8$

Exercice 11 :

Résoudre dans $\mathbb{Z}$: a) $4x \equiv 8 \pmod{10}$

b) $x^2 \equiv 0 \pmod 4$

c) $x^2+6x+5 \equiv 0 \pmod 7$

Exercice 12 :

Déterminer le reste modulo 4 de $1^n+2^n+3^n+4^n$. n étant un entier naturel.

Exercice 13 :

Déterminer les entiers relatifs n tels que $(n+3)^2 \equiv 1 \pmod 8$.

Exercice 14 :

1-a) Soit n un entier naturel , déterminer suivant les valeurs de n le reste modulo 3 de 2^n .

b) Déterminer le reste modulo 3 de 40502^{2008} .

2-a) Montrer que pour tout entier naturel n,$5^{2n} \equiv 1 \pmod 3$.

b)Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que $2^n - 5^{2n} \equiv 0 \pmod 3$.

3- Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que $40502^n - 40525^n \equiv 0 \pmod 3$.

Exercice 15 :

Soit l'équation dans $\mathbb{Z}$: $x^2+y^2=605$ (E).

1-Soit $(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, solution de (E)

a) Démontrer qu'il existe $(p,q) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ tel que $x=11p$ et $y=11q$.
b) Montrer qur $p^2+q^2=5$ et en déduire les valeurs de p et q.

c) En déduire les couples (x,y) de $\mathbb{N}$ solutions de (E).

2-Résouidre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E).