

PHYSIQUE (13 points)

Exercice 1 (5 points)

Un circuit électrique est constitué par l'association en série d'un générateur de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$, d'une bobine d'inductance L , d'un résistor de résistance R et d'un interrupteur K . Les résistances internes du générateur et de la bobine sont supposées nulles.

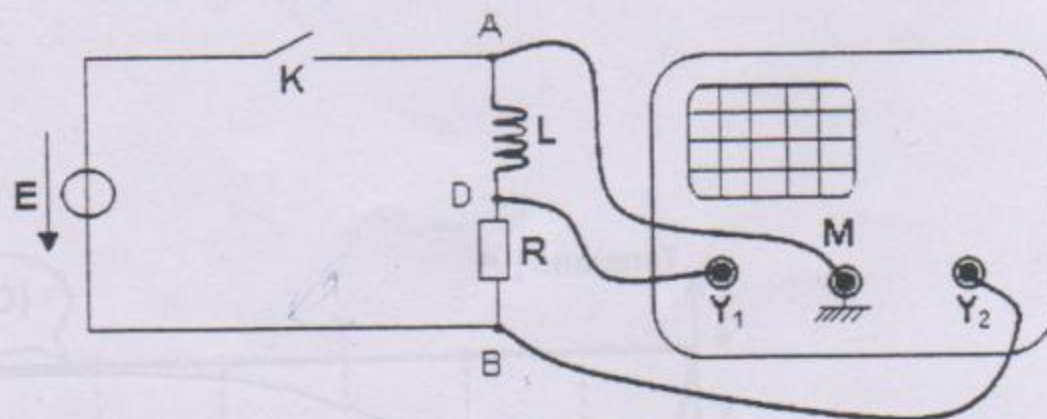


Figure 1

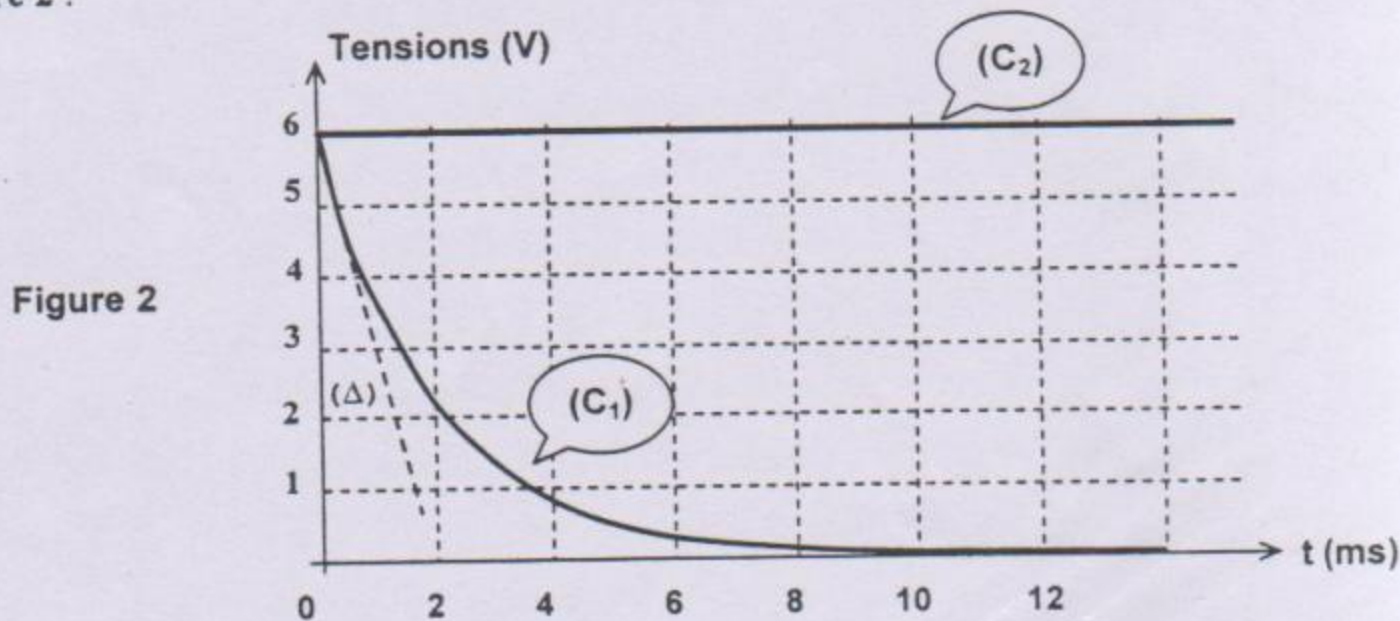
Afin de visualiser simultanément les tensions u_1 aux bornes de la bobine et u_2 aux bornes du générateur, on réalise les connexions adéquates à un oscilloscope bicourbe comme l'indique la figure 1 et on ferme l'interrupteur K à un instant choisi comme origine des temps ($t = 0$).

- 1) a - Montrer que l'équation différentielle qui régit l'évolution de l'intensité i du courant électrique en fonction du temps s'écrit sous la forme : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$, avec $\tau = \frac{L}{R}$.
Nommer alors τ et donner son unité dans le système international.

- b - Sachant que la solution de l'équation différentielle précédente est $i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, vérifiez

que la tension $u_1(t)$ aux bornes de la bobine s'écrit : $u_1(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$.

- 2) Lorsque la valeur de la résistance est $R = 50 \Omega$, on obtient les oscillogrammes représentés en figure 2.



(Δ) représente la droite tangente à la courbe (C₁) à l'instant $t = 0$.

- a- Identifier parmi les courbes (C₁) et (C₂) celle qui correspond à $u_1(t)$. Justifier la réponse.
b- En exploitant le graphe, déterminer la valeur de τ et en déduire celle de l'inductance L .
c- Déterminer l'expression de la tension $u_3(t)$ aux bornes du résistor de résistance R en fonction de t , E et τ .
d- Sur le graphe de la figure 3 de la page 5 / 5 (à remplir et à remettre avec la copie de l'examen), tracer l'allure de la courbe (C₃) correspondant à $u_3(t)$.

Exercice 1 (6 points)

Les parties I, II et III sont indépendantes.

Avec un générateur délivrant à ses bornes une tension constante $E = 6 \text{ V}$, deux résistors de résistances respectives R_1 et R_2 , un condensateur de capacité $C = 4 \mu\text{F}$, une bobine d'inductance $L = 0,63 \text{ H}$ et de résistance interne r et un commutateur K , on réalise le montage schématisé sur la figure 1.

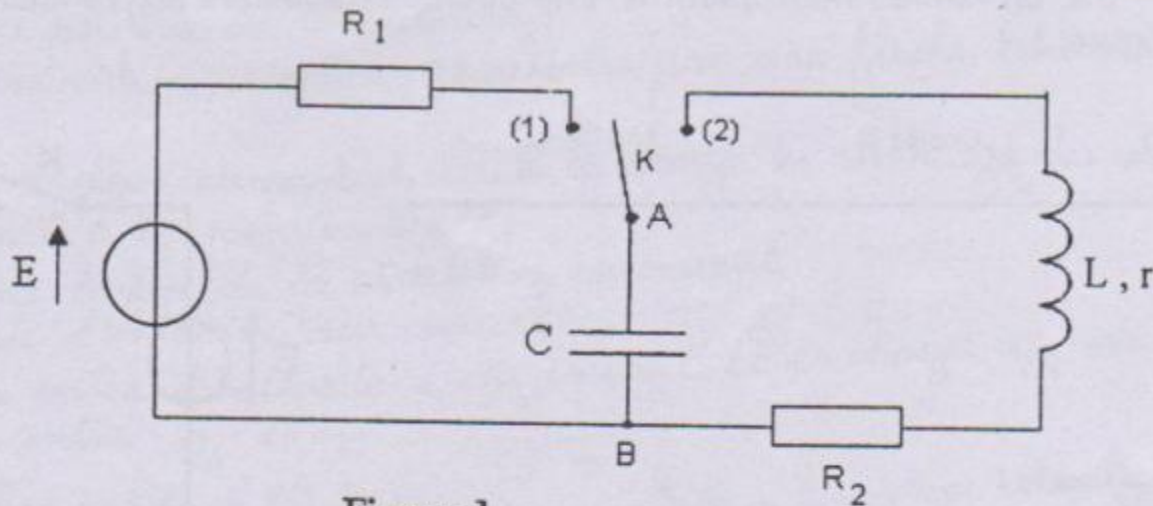
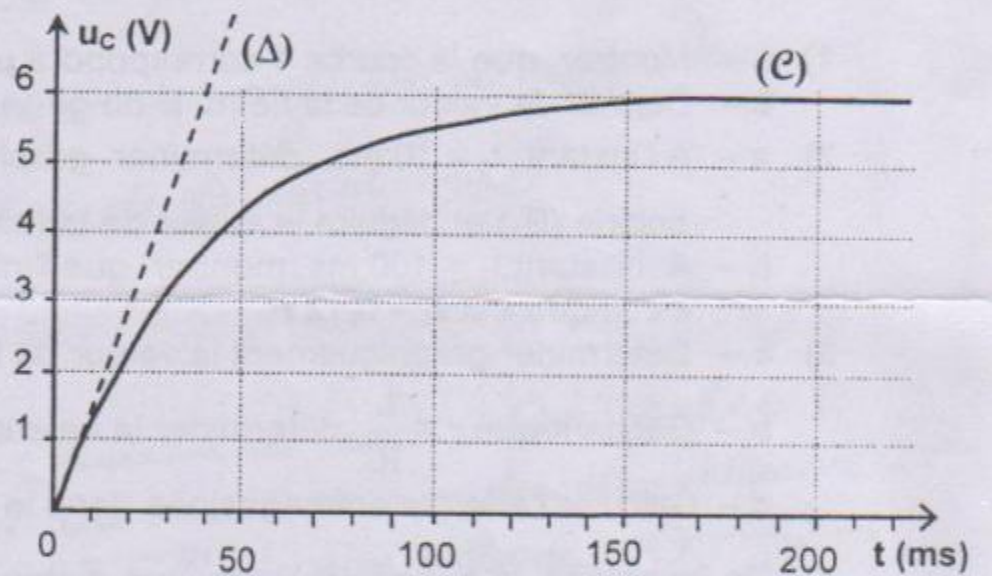


Figure 1

Un oscilloscope à mémoire permet l'étude de l'évolution de la tension u_C aux bornes A et B du condensateur au cours du temps.

I- Questions préliminaires

- 1- Compléter, sur la figure 1 reproduite à la page 5/5 (à remettre avec la copie), les branchements avec l'oscilloscope qui permettent de visualiser $u_C(t)$ sur la voie Y_1 .
- 2- Montrer que l'étude de la tension $u_C(t)$ permet de faire celle de la charge $q(t)$ du condensateur.

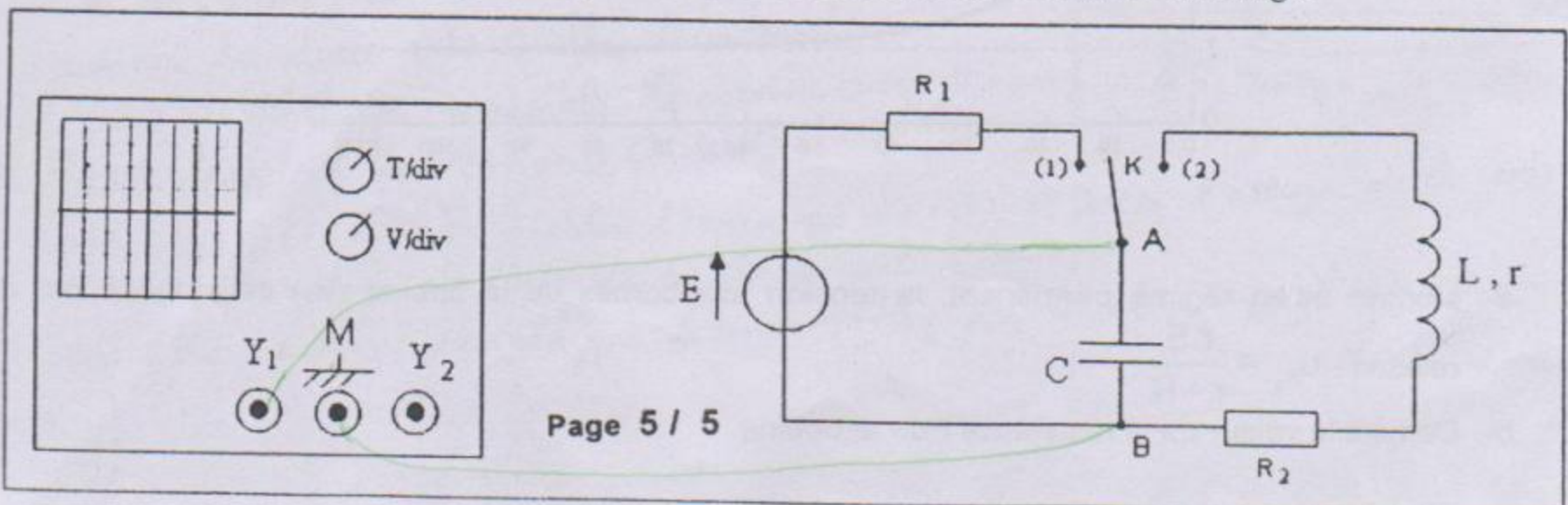


(Δ) : tangente au chronogramme (C) à $t_0 = 0$

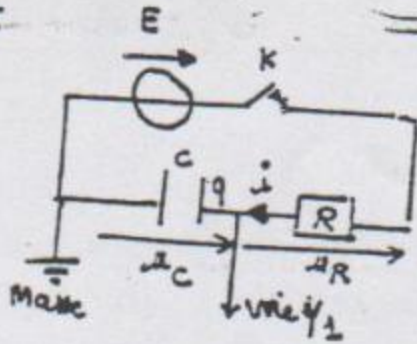
Figure 2

II- A un instant t_0 choisi comme origine des temps, on place le commutateur K en position (1). La visualisation de $u_C(t)$ sur l'écran de l'oscilloscope a permis d'obtenir le chronogramme (C) de la figure 2.

- 1- Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension $u_C(t)$.
- 2- Sachant que la solution de l'équation différentielle établie précédemment s'écrit $u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ où τ est la constante de temps du dipôle $R_1 C$, déterminer graphiquement :
 - a- la valeur U_0 de la tension aux bornes du condensateur à la fin de la charge et la comparer à la valeur de la tension E aux bornes du générateur,
 - b- la valeur de τ et en déduire celle de R_1 .
- 3- Si l'on veut charger plus rapidement le condensateur, doit-on augmenter ou bien diminuer la valeur de la résistance R_1 ? Justifier la réponse.
- 4- Calculer l'énergie W_C emmagasinée dans le condensateur à la fin de la charge.



1/



2/ a) u_C augmente avec le cours du temps de façon exponentielle selon un régime transitoire et atteint une valeur constante $u_C = E$ lorsque le régime est permanent \Rightarrow le condensateur est chargé: c'est la réponse du dipôle (R.C) à l'éclabou de tension E
by graphique avec $E = 5V$.

3/ a) Loi des mailles:

$$u_C + u_R - E = 0 \Rightarrow u_C + Ri = E \text{ et } i = \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow u_C + R \frac{dq}{dt} = E \Rightarrow u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E \text{ car } q = Cu_C$$

$$\Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = \frac{E}{\tau} \text{ avec } \tau = R.C \text{ Constante de temps du dipôle (R.C),}$$

b) La solution de l'eq. différentielle est:

$$u_C = A(1 - e^{-t/\tau})$$

L'eq. différentielle devient: $\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{A}{\tau} (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{\tau}$

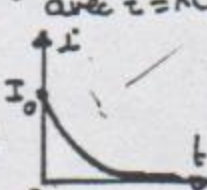
$$\Rightarrow \frac{A}{\tau} = \frac{E}{\tau} \Rightarrow A = E = 5V$$

$$\Rightarrow u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$$

~~2/ a) $i = \frac{dq}{dt}$ et $dq = C du_C \Rightarrow i = C \frac{du_C}{dt}$~~

$$\Rightarrow i = \frac{E.C}{\tau} e^{-t/\tau} \Rightarrow i = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \text{ avec } \tau = RC$$

$$\Rightarrow i = I_0 e^{-t/\tau} \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R} = 0,25A$$



4/ a) $\tau = ?$ graphiquement:

on a: $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$

à $t = \tau \Rightarrow u_C = E(1 - e^{-1}) = 0,63E \Rightarrow u_C = 3,15V$

$\Rightarrow \tau = 9,5ms$.

b) on a: $\tau = R.C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R}$ Appu: $C = 25\mu F$

5/ L'énergie emmagasinée par le condensateur lorsqu'il est chargé est:

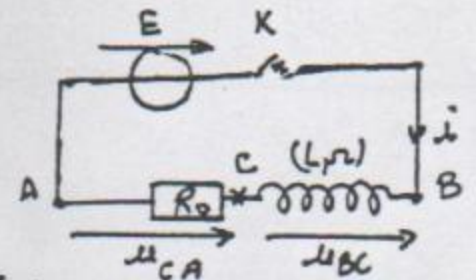
$$E_C = \frac{1}{2} C u_C^2 \Rightarrow E_C = \frac{1}{2} C E^2 \text{ car } u_C = E$$

Appu: $E_C = 3,25 \times 10^{-4} J$.

Exercice n°2

1/ Lorsque K est fermé, l'intensité i du courant traversant le dipôle (R.L) augmente progressivement au cours du temps selon un régime transitoire de façon exponentielle et atteint une valeur constante $I_0 = \frac{E}{R_{eq}}$ lorsque le régime est permanent: c'est la réponse du dipôle (R.L) à l'éclabou de tension.

2) a/



Loi des mailles:

$$u_{CA} + u_{BC} - E = 0 \Rightarrow R_0 i + L \frac{di}{dt} + r i = E$$

lorsque le régime permanent est atteint $i = I_0$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow R_0 I_0 + r I_0 = E$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{E}{R_0 + r}$$

b) on a: $u_{R_0} = R_0 i \Rightarrow$ lorsque $i = I_0$ (rég. perm.)

$$\Rightarrow u_{R_0} = R_0 I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{u_{R_0}}{R_0}$$

graph: $u_{R_0} = 5V \Rightarrow I_0 = 0,05A$.

c) on a: $u_{BC} = L \frac{di}{dt} + r i$, lorsque le régime permanent est atteint $i = I_0 = \text{Constante}$.

$$\Rightarrow u_{BC} = r I_0 \Rightarrow r = \frac{u_{BC}}{I_0} \text{ Appu: } r =$$

• on a:

$$u_{CA} + u_{BC} = E \text{ avec } u_{CA} = u_{R_0} = 5V \text{ lorsque } u_{BC} = 1V$$

$$\Rightarrow E = 6V$$

3/ a) Méthode de la tangente: τ représente graphiquement, l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe $u_{R_0} = f(t)$ à $t = 0$ et la droite d'équation $u_{R_0} = 5V$. $\Rightarrow \tau = 5ms$

b) on a:

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} \Rightarrow \tau = \frac{L}{R_0 + r} \Rightarrow L = \tau(R_0 + r)$$

Appu: $L = 5 \cdot 10^{-3} \times 120 = 0,6H$.

4/ Énergie emmagasinée par la bobine lorsque le régime permanent est atteint $\Rightarrow i = I_0 = \text{Constante}$

$$E_L = \frac{1}{2} L i^2 \Rightarrow E_L = \frac{1}{2} L I_0^2$$

Appu: $E_L = 7,5 \cdot 10^{-4} J$.

5/ La f.e.m d'autoinduction est:

$$e = -L \frac{di}{dt} \text{ or } u_{R_0} = R_0 i$$

$$\Rightarrow e = -\frac{L}{R_0} \frac{du_{R_0}}{dt}$$

$(\frac{du_{R_0}}{dt})_{t=0}$ est la pente de la tangente à la courbe $u_{R_0} = f(t)$ à $t = 0$

$$(\frac{du_{R_0}}{dt})_{t=0} = \frac{5}{5 \cdot 10^{-3}} = 10^3 (V \cdot s^{-1})$$

Appu: $e = -6V$

